FARABI
Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
p-ISSN 2623-2332
e-ISSN 2798-5474

Optimization Of Holt-Winters Exponential Smoothing Parameters Using The Golden Section And Dichotomous Search Method

Fahrul Rozi Harahap[1], Open Darnius[2]
[1,2]Prodi Matematika, FMIPA, Universitas Sumatera Utara, Medan-Indonesia 20155
Email: [1]fahrulrozi816@gmail.com

ABSTRAK

Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters merupakan metode peramalan yang memiliki tiga parameter, yaitu α, β, dan γ. Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters digunakan ketika data menunjukkan adanya *trend* dan musiman. Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters terbagi menjadi dua yaitu model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Multiplikatif dan model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Aditif. Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah mendapatkan nilai parameter optimal pada *Exponential Smoothing* Holt-Winters menggunakan metode optimasi nonlinear, yaitu metode *Golden Section* dan metode Pencarian Dikotomi. Pada penelitian ini, Proses perhitungan untuk mendapatkan parameter optimal dibantu dengan software Matlab R2009a. Proses dengan menggunakan Metode *Golden Section* membutuhkan 17 iterasi, yang mana pada model Holt-Winters Multiplikatif diperoleh parameter $\alpha = 0.223085$, parameter $\beta = 0.000173$, parameter $\gamma = 0.617861$ dan nilai MAPE optimal $= 12.158570\%$, untuk model Holt-Winters Aditif diperoleh parameter $\alpha = 0.199534$, parameter $\beta = 0.000173$, parameter $\gamma = 0.471963$ dan nilai MAPE optimal $= 12.242973\%$. Sedangkan metode Pencarian Dikotomi membutuhkan 12 iterasi, yang mana pada model Holt-Winters Multiplikatif diperoleh parameter $\alpha = 0.250506$, parameter $\beta = 0.000244$, parameter $\gamma = 0.562694$ dan nilai MAPE optimal $= 12.181562\%$, untuk model Holt-Winters Aditif diperoleh parameter $\alpha = 0.199776$, parameter $\beta = 0.547084$, parameter $\gamma = 0.547538$ dan nilai MAPE optimal $= 12.203543\%$.

Kata kunci: *Exponential Smoothing* Holt-Winters, Metode *Golden Section*, Metode Pencarian Dikotomi, Peramalan

ABSTRACT

Holt-Winters Exponential Smoothing method is a forecasting method that has three parameters, the parameters is α, β, and γ. Holt-Winters Exponential Smoothing method is used when the data shows a trend and seasonality. Holt-Winters Exponential Smoothing method is divided into two models, the model is Multiplicative Holt-Winters Exponential Smoothing model and Additive Holt-Winters Exponential Smoothing model. The purpose of this thesis is to obtain optimal parameter values in the Holt-Winters Exponential Smoothing using nonlinear optimization methods, the methods is Golden Section method and the Dichotomous Search method. In this paper, the calculation process to obtain optimal parameters is help by Matlab R2009a software. The process using the Golden Section method requires 17 iterations, in which the Holt-Winters Multiplicative model is obtained α=0.223085, β=0.000173, γ=0.617861 and optimal MAPE = 12.158570%, for the Holt-Winters Additive model, α=0.199534, β=0.000173, γ=0.471963 and optimal MAPE = 12.242973%. While the Dichotomous Search method requires 12 iterations, in which the Holt-Winters Multiplicative model is obtained α=0.250506, β=0.000244, γ=0.562694 and optimal MAPE = 12.181562%, for the Holt-Winters Additive model, α=0.199776, β=0.000244, γ=0.547538 and optimal MAPE = 12.203543%.

Keywords: *Dichotomous Search method, forecasting, Golden Section method, Holt-Winters Exponential Smoothing,*

A. Pendahuluan

Optimasi adalah suatu proses untuk mencapai kondisi dimana fungsi memperoleh nilai maksimum atau minimum. Optimasi sering dihadapkan pada persoalan mencari penyelesaian yang optimal dengan memenuhi segala kendala yang ada. Salah satu persoalannya adalah masalah dalam menentukan nilai parameter yang optimal pada metode peramalan agar mendapatkan hasil ramalan yang mendekati data sebenarnya.

Peramalan adalah teknik analisis komputasi yang dilakukan dengan pendekatan kualitatif dan kuantitatif untuk memprediksi peristiwa masa depan menggunakan referensi data masa lalu untuk meminimalkan efek ketidakpastian. Salah satu metode peramalan adalah pemulusan eksponensial.

Menurut Makridakis et al. (1999) metode *Exponential Smoothing* terbagi menjadi tiga bagian yaitu *Single Exponential Smoothing*, *Double Exponential Smoothing* Holt dan *Exponential Smoothing* Holt-Winters. Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters merupakan metode yang digunakan untuk peramalan jika data memiliki komponen trend dan musiman. Metode ini juga merupakan penghalusan eksponensial dengan tiga kali pembobotan yaitu α, β dan γ. Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters terbagi menjadi dua yaitu model Holt-Winter Multiplikatif dan model Holt-Winter Aditif.

Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winter membutuhkan beberapa parameter untuk menghasilkan model yang baik. Solusi yang baik untuk model tersebut adalah model dengan nilai *Mean Absolut Persentage Error* (MAPE) yang minimum. Untuk mendapatkan parameter yang optimal sehingga nilai MAPE yang dihasilkan serendah mungkin, dibutuhkan metode optimasi berupa menggunakan algoritma optimasi nonlinear (Makridakis et al, 1999).

Masalah optimasi dikatakan nonlinier jika fungsi tujuan dan fungsi kendala tidak linier pada salah satu atau keduanya. Ada beberapa metode yang dugunakan dalam menyelesaikan masalah optimasi nonlinear, dalam penelitian ini metode optimasi nolinear yang akan digunakan adalah metode *Golden Section* dan metode Pencarian Dikotomi (*Dichotomous Search*). *Golden Section* maupun Pencarian Dikotomi pada dasarnya adalah teknik pencarian bertahap dimana pencarian yang selanjutnya dipengaruhi secara langsung oleh pencarian sebelumnya.

Metode *Golden Section* menggunakan prinsip iteratif meminimalkan interval x-limit, yang dapat menghasilkan fungsi tujuan yang optimal (maksimum atau minimum). Dalam metode *Golden Section* untuk mendapatkan titik simetris didasarkan pada perbandingan nilai *golden ratio*. Selanjutnya algoritma pencarian dikotomi, Algoritma ini merupakan pencarian untuk meminimumkan fungsi unimodal pada interval [a, d] menggunakan titik tengah. Hal ini diasumsikan bahwa jarak minimum dari dua titik terpisah dimana fungsi ini akan dievaluasi pada setiap iterasi.

Akbari (2018) meneliti tentang Optimasi Parameter *Exponential Smoothing* dengan Metode *Golden Section* pada Prediksi Data Tren Positif dan Negatif menyimpulkan bahwa Peramalan Double *Exponential Smoothing* menggunakan metode optimasi parameter menghasilkan nilai perkiraan untuk data asli dan pencarian nilai parameter yang optimal tidak berulang sehingga menjadi lebih efisien.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka dalam penelitian ini, penulis ingin membuat penelitian dengan judul "Optimasi Parameter *Exponential Smoothing* Holt-Winters Dengan Metode *Golden Section* Dan Pencarian Dikotomi".

1. Peramalan

Peramalan adalah teknik analisis komputasi yang menggunakan pendekatan kualitatif dan kuantitatif untuk memprediksi peristiwa masa depan dengan menggunakan data referensi masa lalu untuk meminimalkan efek ketidakpastian. Metode peramalan dibagi menjadi dua kelompok, yaitu metode kualitatif dan kuantitatif (Makridakis et al., 1999). Metode kuantitatif dilakukan jika ada informasi historis yang tersedia untuk membuat prediksi, informasi tersebut dapat dikuantifikasi dalam bentuk data numerik. Dalam metode kualitatif, pendapat para ahli akan diperhitungkan ketika mengambil keputusan sesuai dengan perkiraan yang telah dibuat. Namun, jika data historis tersedia, peramalan menggunakan metode kuantitatif lebih efektif daripada kualitatif.

2. Stasioneritas

Stasioneritas adalah suatu keadaan dimana tidak ada perubahan mean dan varians, atau tidak ada penurunan atau peningkatan nilai yang tajam. Menurut Makridakis *et al*. (1999) data stasioner adalah data yang berputar di sekitar nilai rata-rata konstan yang tidak bertambah atau berkurang, tidak tergantung pada varians dan waktu fluktuasi data.. Oleh sebab itu, sebuah deret waktu diskrit y mempunyai rata-rata konstan $\boldsymbol{\mu_y}$ yang didefenisikan sebagai

$$\mu_y = E(y) = \sum_{\forall y} y\, p(y) \quad (1)$$

dan variansi konstan yang didefenisikan sebagai

$$\sigma_y^2 = Var(y) = \sum_{\forall y} (y - \mu_y)^2 p(y) \quad (2)$$

dengan $p(y)$ adalah fungsi probabilitas diskrit. Nilai rata-rata tersebut dapat diduga dengan

$$\bar{y} = \hat{\mu}_y = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t \quad (3)$$

dan variansi dapat diduga dengan

$$s^2 = \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^2 \quad (4)$$

dengan T adalah banyaknya waktu diskrit (Montgomery, 2008).

3. Fungsi Autokorelasi

Fungsi autokorelasi atau *Autocorrelation Function* (ACF) merupakan hubungan atau korelasi antara data pengamatan satu dengan data pengamatan lainnya pada suatu data deret waktu. Fungsi autokorelasi sangat berguna untuk mendeteksi awal sebuah model dan kestasioneran data.

Suatu data deret waktu $Y_1, Y_2, \cdots, Y_k$ maka nilai fungsi autokorelasinya adalah sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Y_t - \mu)^2]E[(Y_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{Var(Y_t)} = \frac{Y_k}{Y_0} \quad (5)$$

Fungsi Autokorelasi merupakan kumpulan nilai dari ρ_k, $k = 0, 1, 2, \dots, K$ dengan catatan $\rho_k = 1$.

Untuk mengetahui apakah nilai autokorelasi signifikan atau tidak, dilakukan uji statistik berdasarkan standar error (Se). Koefisien autokorelasi data acak memiliki distribusi sampling yang mendekati kurva normal, dengan rata-rata nol dan standar deviasi $\frac{1}{\sqrt{n}}$, di mana n adalah jumlah atau ukuran sampel. Persamaan berikut digunakan untuk menguji signifikansi koefisien autokorelasi:

$$-Z_{\frac{\alpha}{2}}(Se_{r_k}) \le r_k \le Z_{\frac{\alpha}{2}}(Se_{r_k}) \quad (6)$$

dimana $Se_{r_k} = \frac{1}{\sqrt{n}}$ dan $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ merupakan merupakan nilai distribusi normal. Hipotesis dalam pengujian ini adalah:

$H_0: \rho_k = 0$ (koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan dengan nol)

$H_1: \rho_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi berbeda signifikan dengan nol)

Jika ρ_k berada dalam interval persamaan (6), keputusan untuk menolak H_0 belum tercukupi, berarti data stasioner. Di sisi lain, jika diluar interval (6), keputusannya menolak H_0 dan menerima bahwa $\rho_k \neq 0$ yang berarti data tidak stasioner.

4. *Mean Absolut Percentage Error (MAPE)*

Persentase kesalahan rata-rata absolut atau MAPE diperoleh dengan mengambil kesalahan absolut untuk setiap pengamatan dalam deret waktu dibagi dengan jumlah pengamatan dalam deret waktu dan kemudian menemukan median. Besarnya kesalahan dalam memprediksi nilai sebenarnya dapat ditentukan dengan mean absolute error. Di bawah ini adalah persamaan untuk mendapatkan nilai MAPE (Makridakis *et al*, 1999):

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{n}|PE_t|}{n} \quad (7)$$

dengan n adalah banyaknya periode/deret waktu dan PE_t adalah persentase kesalahannya (percentage error).

$$PE_t = \left(\frac{X_t - F_t}{X_t}\right) \times 100 \quad (8)$$

dengan:

X_t= pengamatan pada periode ke-t

F_t= nilai ramalan pada periode ke-t

Semakin kecil nilai MAPE, maka semakin kecil kesalahaan hasil pendugaan, hal ini berarti model peramalan yang digunakan dapat dikatakan baik. Adapun interpretasi dari nilai MAPE diperlihatkan pada tabel berikut (Lewis, 1982).

Tabel 1. Interpretasi Nilai MAPE

MAPE (%)	**Interpretasi**
<10	Peramalan Sangat Akurat
10-20	Peramalan baik
20-50	Peramalan layak
>50	Peramalan Tidak akurat

5. *Exponential Smoothing Hol-Winters*

Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters digunakan ketika data menunjukkan adanya *tren* dan musiman. Menuurut Kalekar (2004) dalam Qarani *et al*, (2018) Metode *Exponential Smoothing* Holt- merupakan kombinasi dari metode Holt dan Winter, dimana nilai trend pada metode Holt dikombinasikan dengan nilai musiman pada metode Winter, sehingga memungkinkan metode Holt-Winter memuat faktor musiman dan tren simultan dalam data time series yang muncul.

Metode ini serupa dengan Metode *Holt*, dengan suatu persamaan tambahan untuk mengatasi musiman. Kekurangan pada metode Holt-Winters yaitu metode ini membutuhkan tiga parameter (α, β, γ) pemulusan yang bernilai di antara 0 dan 1 untuk meminim kesalahan, sehingga banyak kombinasi yang dapat digunakan.

Metode *Exponential Smoothing* Holt-Winters terbagi menjadi dua yaitu model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Multiplikatif dan model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Aditif. Menurut Evalina (2013) model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Multiplikatif digunakan untuk data musiman yang mengalami peningkatan atau penurunan (fluktuasi), sedangkan model *Exponential Smoothing* Holt-Winters Aditif digunakan untuk variasi musiman yang bersifat konstan. Menurut Makridakis *et al.* (1999) *Exponential Smoothing* Holt-Winters Multiplikatif mempunyai model umum dengan tahapan peramalan sebagai berikut:

1. Menentukan nilai pemulusan (S_t)

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-I}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{9}$$

2. Menentukan nilai Pemulusan *trend* (b_t)

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{10}$$

3. Menentukan nilai Pemulusan *musiman* (I_t)

$$I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)I_{t-I} \tag{11}$$

4. Menentukan nilai peramalan pada periode mendatang (F_{t+m})

$$F_{t+m} = (\mathrm{S_t} + b_t m)I_{t-I+m} \tag{12}$$

Exponential Smoothing Holt-Winters Aditif mempunyai model umum dengan tahapan peramalan sebagai berikut:

1. Menentukan nilai pemulusan (S_t)

$$S_t = \alpha(X_t - I_{t-I}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{13}$$

2. Menentukan nilai Pemulusan *trend* (b_t)

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{14}$$

3. Menentukan nilai Pemulusan *musiman* (I_t)

$$I_t = \gamma(X_t - S_t) + (1-\gamma)I_{t-I} \tag{15}$$

4. Menentukan nilai peramalan pada periode mendatang (F_{t+m})

$$F_{t+m} = \mathrm{S_t} + b_t m + I_{t-I+m} \tag{16}$$

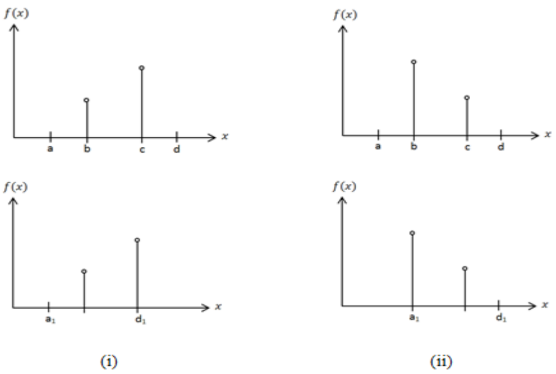
dengan:

S_t = nilai *smoothing* periode ke-t
S_{t-1} = nilai *smoothing* periode ke-$(t-1)$
α = konstanta *smoothing* untuk data $(0 < \alpha < 1)$
β = konstanta *smoothing* untuk *trend* $(0 < \beta < 1)$
γ = konstanta *smoothing* untuk musiman $(0 < \gamma < 1)$
X_t = nilai aktual periode ke-t
b_t = nilai *smoothing trend*
I_t = nilai penyesuaian musiman
I = panjang musim
F_{t+m} = nilai peramalan pada periode mendatang
m = jumlah periode yang akan diramalkan

6. *Golden Section*

Pada umumnya, metode *Golden Section* digunakan untuk menyelesaikan satu variabel pemrograman nonlinier. Metode ini menggunakan prinsip minimalisasi secara iteratif dari limit interval x, yang dapat menghasilkan fungsi tujuan yang optimal (maksimum atau minimum). Pada metode *Golden Section* Untuk memperoleh sebuah titik simetris baru, dibutuhkan nilai rasio emas (r).

Menurut Ai (2002) untuk mendapatkan x optimum diperoleh dari proses pengurangan interval yang diilustrasikan oleh Gambar berikut.



Gambar 1. Pengurangan Interval Pencarian $\boldsymbol{x}$ optimal (i) dari [a,d] menjadi [a,c] (ii) dari [a,d] menjadi [b,d].

Misalnya, nilai fungsi yang optimal mungkin berada dalam rentang $x[a, d]$ untuk tingkat iterasi. Kemudian tentukan dua nilai x yang simetris pada interval tersebut, yaitu b dan c, dan interval probabilitas dari fungsi nilai optimal dikurangi dari $[a, d]$ menjadi $[a, c]$ dan $[b, d]$. , masing-masing. tergantung pada nilai pada $x = b$ dan pada $x = c$. secara grafis ditunjukkan pada Gambar 1.

Untuk memperoleh interval b dan c simetris dalam interval $[a, d]$ digunakan perbandingan nilai r, sehingga:

$$\frac{c-a}{d-a} = \frac{d-b}{d-a} = r \tag{17}$$

Dapat dituliskan:

$$b = d - r(d-a) = ra + (1-r)d \tag{18}$$

$$c = a + r(d-a) = a + d - b \tag{19}$$

Pada setiap langkah iterasi, ditentukan dua titik pada interval yang ada. Untuk menghemat langkah perhitungan, hanya satu titik baru yang ditentukan untuk setiap langkah iterasi. Titik berikutnya adalah titik yang ditentukan pada langkah sebelumnya. Misalnya, rentang $[a, d]$ dapat dikurangi menjadi $[a, c]$. Rentang $[a, c]$ adalah rentang baru, sehingga dapat ditulis sebagai $[a_1, d_1]$. Hanya satu titik baru yang didefinisikan, yaitu b_1, karena titik b digunakan sebagai titik c_1. Sehingga diperoleh hubungan:

$$b_1 = ra_1 + (1-r)d_1 \tag{20}$$

$$r = \frac{c_1 - a_1}{d_1 - a_1} = \frac{b-a}{c-a} \tag{21}$$

Untuk mendapatkan nilai r diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan diatas yaitu dengan mensubstitusikan persamaan (18) dan (19) ke persamaan (21).

$$r = \frac{b-a}{c-a}$$

$$r = \frac{d - r(d-a) - a}{a + r(d-a) - a}$$

$$r = \frac{d - a - r(d-a)}{r(d-a)}$$

$$r^2 = \frac{d-a}{d-a} - \frac{r(d-a)}{d-a}$$

$$r^2 = 1 - r$$

$$r^2 + r - 1 = 0 \tag{22}$$

Dengan menyelesaikan persamaan diatas maka didapat:

$$r_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0{,}618033989$$

$$r_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} = -1{,}618033989$$

Agar interval menjadi semakin kecil, diperlukan syarat $0 < r < 1$, sehingga nilai yang dipakai adalah r_1 yaitu 0,618033 (Qarani, 2018).

Algoritma Metode *Golden Section* untuk 3-variabel:

1. Menentukan batas bawah (a_1, a_2, a_3), batas atas (d_1, d_2, d_3), dan nilai toleransi batas berhentinya iterasi (ε).
2. Menghitung nilai *Golden Ratio* (r).
3. Menentukan nilai b $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ dan c $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ awal sehingga

$$\alpha_1 = ra_1 + (1-r)d_1 \tag{23}$$

$$\alpha_2 = a_1 + d_1 - \alpha_1 \tag{24}$$

$$\beta_1 = ra_2 + (1-r)d_2 \tag{25}$$

$$\beta_2 = a_2 + d_2 - \beta_1 \tag{26}$$

$$\gamma_1 = ra_3 + (1-r)d_3 \tag{27}$$

$$\gamma_2 = a_3 + d_3 - \gamma_1 \tag{28}$$

4. Mencari $f(x_i)$ minimum diantara semua kombinasi x_i.

$$x_{000} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$$
$$x_{010} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_1)$$
$$x_{001} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_2)$$
$$x_{011} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$$
$$x_{100} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_1)$$
$$x_{110} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_1)$$
$$x_{101} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$$
$$x_{111} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$$

5. Mengurangi batas interval pencarian dengan menentukan nilai a dan d yang baru pada iterasi selanjutnya berdasarkan harga $f(x_i)$.

   Jika $f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
   - a_1 baru nilainya tetap
   - a_2 baru nilainya tetap
   - a_3 baru nilainya tetap
   - d_1 baru = α_2
   - d_2 baru = β_2
   - d_3 baru = γ_2

   Jika $f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
   - a_1 baru nilainya tetap
   - a_2 baru = β_1
   - a_3 baru nilainya tetap
   - d_1 baru = α_2
   - d_2 baru nilainya tetap
   - d_3 baru = γ_2

   Jika $f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru nilainya tetap
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru = α_2
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru nilainya tetap

Jika $f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru nilainya tetap
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru = α_2
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru nilainya tetap

Jika $f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru nilainya tetap
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_2, 2, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru nilainya tetap
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru nilainya tetap

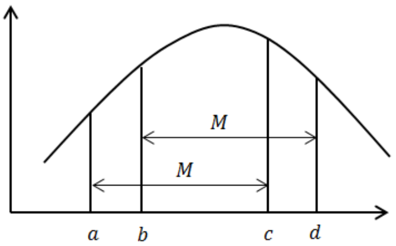
Jika $f(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru =γ_1
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru nilainya tetap

6. Mengulangi langkah 3 sampai 6 hingga $\|L_i\| < \varepsilon$, dimana
$$L_i = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}.$$
7. Menentukan hasil parameter (x_i) optimal dan $f(x_i)$ optimal.

7. Pencarian Dikotomi

Metode pencarian dikotomis pada dasarnya adalah metode pencarian bertahap dimana pencarian selanjutnya dipengaruhi langsung oleh pencarian sebelumnya. Untuk menjelaskan konsep pencarian dikotomis, maka disajikan proses pencarian yang diilustrasikan oleh Gambar 2.



Gambar 2. Pencarian Dikotomi

Pada metode pencarian dikotomi untuk meminimalkan nilai $f(x)$ dalam selang $[a, d]$ adalah sebagai berikut (Sharma, 2006):
Titik b dan c dipilih sedemikian hingga
$$c - a = d - b \tag{29}$$
dan anggap bahwa
$$\delta = c - b \tag{30}$$
Dari persamaan (29) diperoleh
$$b = a - c + d \tag{31}$$
$$c = a - b + d \tag{32}$$
Dari persamaan (30) diperoleh
$$b = c - \delta \tag{33}$$
$$c = b + \delta \tag{34}$$
Dengan menyelesaikan persamaan (31) dan (33) didapatkan
$$2b = (a - c + d) + (c - \delta)$$
$$2b = a + d - \delta$$
$$b = \left(\frac{a + d - \delta}{2}\right) \tag{35}$$
Dengan menyelesaikan persamaan (32) dan (34) didapatkan
$$2c = (a - b + d) + (b + \delta)$$
$$2c = a + d + \delta$$
$$c = \left(\frac{a + d + \delta}{2}\right) \tag{36}$$
Setelah mendapatkan nilai-nilai $f(b)$ dan $f(c)$ maka berlaku tiga kasus sebagai berikut:

a) Jika $f(b) < f(c)$ maka nilai minimum selanjutnya berada pada interval $[a, c]$
b) Jika $f(b) > f(c)$ maka nilai minimum selanjutnya berada pada interval $[b, d]$
c) Jika $f(b) = f(c)$ maka nilai minimum selanjutnya berada pada interval $[b, c]$

Proses untuk mencari titik yang optimal yang meminimalkan nilai f(x) merupakan suatu proses iterasi, di mana proses akan berhenti ketika selisih titik a dan titik d sangat kecil.

Algoritma Metode Pencarian Dikotomi 3-variabel:

1. Menentukan batas bawah (a_1, a_2, a_3), batas atas (d_1, d_2, d_3) dan nilai toleransi batas berhentinya iterasi (ε) dan selisih panjang antara b dan c (δ).
2. Menentukan nilai b $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ dan c $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ awal sehingga

$$\alpha_1 = \left(\frac{a_1 + d_1 - \delta}{2}\right) \quad (37)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{a_1 + d_1 + \delta}{2}\right) \quad (38)$$

$$\beta_1 = \left(\frac{a_2 + d_2 - \delta}{2}\right) \quad (39)$$

$$\beta_2 = \left(\frac{a_2 + d_2 + \delta}{2}\right) \quad (40)$$

$$\gamma_1 = \left(\frac{a_3 + d_3 - \delta}{2}\right) \quad (41)$$

$$\gamma_2 = \left(\frac{a_3 + d_3 + \delta}{2}\right) \quad (42)$$

3. Mencari f(x_i) minimum diantara semua kombinasi x_i

$$x_{000} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$$
$$x_{010} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_1)$$
$$x_{001} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_2)$$
$$x_{011} = (\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$$
$$x_{100} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_1)$$
$$x_{110} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_1)$$
$$x_{101} = (\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$$
$$x_{111} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$$

4. Mengurangi batas interval pencarian dengan menentukan nilai a dan d yang baru pada iterasi selanjutnya berdasarkan harga $f(x_i)$.
   Jika $f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
   - a_1 baru nilainya tetap
   - a_2 baru nilainya tetap
   - a_3 baru nilainya tetap
   - d_1 baru = α_2
   - d_2 baru = β_2
   - d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
- a_1 baru nilainya tetap
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru nilainya tetap
- d_1 baru = α_2
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_1, \beta_1, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:
- a_1 baru nilainya tetap
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru = α_2
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru nilainya tetap

Jika $f(\alpha_1, \beta_2, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:
- a_1 baru nilainya tetap
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru = α_2
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru nilainya tetap

Jika $f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
- a_1 baru = α_1
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru nilainya tetap
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_2, 2, \gamma_1)$ adalah nilai minimum, maka:
- a_1 baru = α_1
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru nilainya tetap
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru = γ_2

Jika $f(\alpha_2, \beta_1, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru nilainya tetap
- a_3 baru = γ_1
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru = β_2
- d_3 baru nilainya tetap

Jika $f(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ adalah nilai minimum, maka:

- a_1 baru = α_1
- a_2 baru = β_1
- a_3 baru =γ_1
- d_1 baru nilainya tetap
- d_2 baru nilainya tetap
- d_3 baru nilainya tetap

5. Menghitung batas toleransi berhentinya iterasi yaitu L_i dengan syarat:
a) Jika a_{baru} sama dengan a_{lama} maka didapat nilai
$$L_i = |d_{baru} - d_{lama}|$$
b) Jika d_{baru} sama dengan d_{lama} maka didapat nilai
$$L_i = |a_{baru} - a_{lama}|$$
c) Jika a_{baru} sama dengan d_{lama} maka didapat nilai $L_i = 0$
d) Jika tidak memenuhi ketiga pengujian maka milai
$$L_i = |d_{baru} - a_{baru}|$$
Khusus untuk iterasi pertama nilai L_i yang dipakai adalah batas atas (d) dikurang batas bawah (a) yaitu $L_i = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
6. Ulangi dari langkah 2 sampai mendapatkan nilai $\|L_i\| < \varepsilon$.
7. Menentukan hasil parameter (x_i) optimal dan $f(x_i)$ optimal.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini dimulai dengan studi pendahuluan yaitu berupa studi kepustakaan dengan mengumpulkan bahan referensi, mempelajari serta menggali informasi baik dari buku, jurnal, artikel, maupun situs internet mengenai Peramalan (Forecasting), metode *Exponential Smoothing* dan metode optimasi nonlinear. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data Wisatawan Mancanegara yang datang ke Sumatera Utara menurut pintu masuk (orang) dari tahun 2015 sampai 2019. Data diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Utara (BPS Sumut). Selanjutnya data diolah dan dilakukan pengoptimalan Parameter *Exponential Smoothing* Holt-Winters Dengan Metode *Golden Section* Dan Pencarian Dikotomi menggunakan bantuan *software* MATLAB R2009a.

C. Hasil dan Pembahasan

1. Optimasi Parameter Model Holt-Winters Multiplikatif menggunakan Metode *Golden Section*

Proses perhitungan parameter optimal dilakukan secara iteratif sehingga memenuhi syarat berentinya iterasi yaitu $b - a \leq \varepsilon$. Perhitungan dilakukan dengan bantuan bahasa pemrograman MATLAB yang hasilnya disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2. Hasil Perhitungan iterasi optimasi Parameter Holt-winters Multiflikatif dengan algoritma *Golden Section*

Iterasi	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	MAPE optimal	Epsilon
1	0.381966	0.618034	0.381966	0.618034	0.381966	0.618034	15.132745	1.732051
2	0.236068	0.381966	0.236068	0.381966	0.236068	0.381966	13.745268	1.070466
3	0.145898	0.236068	0.145898	0.236068	0.381966	0.472136	13.015693	0.661585
4	0.236068	0.291796	0.090170	0.145898	0.472136	0.527864	12.515735	0.408882
5	0.201626	0.236068	0.055728	0.090170	0.527864	0.562306	12.323708	0.252703
6	0.236068	0.257354	0.034442	0.055728	0.562306	0.583592	12.268410	0.156179
7	0.222912	0.236068	0.021286	0.034442	0.583592	0.596748	12.230930	0.096524
8	0.236068	0.244199	0.013156	0.021286	0.596748	0.604878	12.208666	0.059655
9	0.231043	0.236068	0.008131	0.013156	0.604878	0.609903	12.191812	0.036869
10	0.227937	0.231043	0.005025	0.008131	0.609903	0.613009	12.179820	0.022786
11	0.226018	0.227937	0.003106	0.005025	0.613009	0.614928	12.171785	0.014083
12	0.224832	0.226018	0.001919	0.003106	0.614928	0.616115	12.166577	0.008704
13	0.224099	0.224832	0.001186	0.001919	0.616115	0.616848	12.163265	0.005379
14	0.223645	0.224099	0.000733	0.001186	0.616848	0.617301	12.161182	0.003324

Iterasi	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	MAPE optimal	Epsilon
15	0.223365	0.223645	0.000453	0.000733	0.617301	0.617581	12.159881	0.002055
16	0.223192	0.223365	0.000280	0.000453	0.617581	0.617754	12.159072	0.001270
17	0.223085	0.223192	0.000173	0.000280	0.617754	0.617861	12.158570	0.000785

Berdasarkan proses optimasi di atas banyaknya kombinasi α, β, dan γ yang menghasilkan nilai MAPE optimal adalah pasangan kombinasi α_1, β_1, dan γ_2 yaitu dengan nilai $\alpha = 0.223085$, $\beta = 0.000173$, dan $\gamma = 0.617861$. Nilai MAPE optimal atau minimumnya adalah 12.158570%, berdasarkan tabel 1. maka diambil kesimpulan bahwa kemampuan model peramalan baik.

2. Optimasi Parameter Model Holt-Winters Aditif menggunakan Metode *Golden Section*

Sama halnya seperti Optimasi Parameter Model Holt-Winters Multiplikatif, proses perhitungan parameter optimal dilakukan secara iteratif sehingga memenuhi syarat berentinya iterasi yaitu $b - a \leq \varepsilon$. Perhitungan dilakukan dengan bantuan bahasa pemrograman MATLAB yang hasilnya disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3. Hasil Perhitungan iterasi Optimasi Parameter Holt-Winters Aditif dengan Algoritma *Golden Section*

Iterasi	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	MAPE optimal	Epsilon
1	0.381966	0.618034	0.381966	0.618034	0.381966	0.618034	15.023389	1.732051
2	0.236068	0.381966	0.236068	0.381966	0.236068	0.381966	14.096931	1.070466
3	0.145898	0.236068	0.145898	0.236068	0.381966	0.472136	13.326646	0.661585
4	0.090170	0.145898	0.090170	0.145898	0.472136	0.527864	12.865617	0.408882
5	0.145898	0.180340	0.055728	0.090170	0.437694	0.472136	12.519159	0.252703
6	0.180340	0.201626	0.034442	0.055728	0.416408	0.437694	12.412627	0.156179
7	0.167184	0.180340	0.021286	0.034442	0.437694	0.450850	12.360930	0.096524
8	0.180340	0.188471	0.013156	0.021286	0.450850	0.458980	12.315778	0.059655
9	0.188471	0.193496	0.008131	0.013156	0.458980	0.464005	12.287467	0.036869
10	0.193496	0.196601	0.005025	0.008131	0.464005	0.467111	12.269762	0.022786
11	0.196601	0.198521	0.003106	0.005025	0.467111	0.469030	12.259232	0.014083
12	0.198521	0.199707	0.001919	0.003106	0.469030	0.470217	12.252698	0.008704
13	0.197787	0.198521	0.001186	0.001919	0.470217	0.470950	12.248921	0.005379
14	0.198521	0.198974	0.000733	0.001186	0.470950	0.471403	12.246264	0.003324
15	0.198974	0.199254	0.000453	0.000733	0.471403	0.471683	12.244620	0.002055
16	0.199254	0.199427	0.000280	0.000453	0.471683	0.471856	12.243602	0.001270
17	0.199427	0.199534	0.000173	0.000280	0.471856	0.471963	12.242973	0.000785

Berdasarkan proses optimasi di atas banyaknya kombinasi α, β, dan γ yang menghasilkan nilai MAPE optimal adalah pasangan kombinasi α_2, β_1, dan γ_2 yaitu dengan nilai $\alpha = 0.199534$, $\beta = 0.000173$, dan $\gamma = 0.471963$. Nilai MAPE optimal atau minimumnya adalah 12.242973%, berdasarkan tabel 1. maka diambil kesimpulan bahwa kemampuan model peramalan baik.

3. Optimasi Parameter Model Holt-Winters Multiplikatif menggunakan Metode Pencarian Dikotomi

Proses perhitungan parameter optimal dilakukan secara iteratif sehingga memenuhi syarat berentinya iterasi. Perhitungan dilakukan dengan bantuan bahasa pemrograman MATLAB yang hasilnya disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4. Hasil Perhitungan Iterasi Optimasi Parameter Holt-Winters Multiflikatif dengan Algoritma Pencarian Dikotomi

Iterasi	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	MAPE optimal	Epsilon
1	0.499500	0.500500	0.499500	0.500500	0.499500	0.500500	17.315178	1.000000
2	0.249750	0.250750	0.249750	0.250750	0.749250	0.750250	13.950077	0.865159
3	0.124875	0.125875	0.124875	0.125875	0.624375	0.625375	13.329307	0.432580
4	0.187312	0.188312	0.062437	0.063437	0.561937	0.562937	12.481432	0.216290
5	0.218531	0.219531	0.031219	0.032219	0.530719	0.531719	12.286013	0.108145
6	0.234141	0.235141	0.015609	0.016609	0.546328	0.547328	12.236717	0.054072
7	0.241945	0.242945	0.007805	0.008805	0.554133	0.555133	12.209849	0.027036
8	0.245848	0.246848	0.003902	0.004902	0.558035	0.559035	12.195568	0.013518
9	0.247799	0.248799	0.001951	0.002951	0.559986	0.560986	12.188178	0.006759
10	0.248774	0.249774	0.000976	0.001976	0.560962	0.561962	12.184415	0.003380
11	0.249262	0.250262	0.000488	0.001488	0.561450	0.562450	12.182516	0.001690
12	0.249506	0.250506	0.000244	0.001244	0.561694	0.562694	12.181562	0.000845

Berdasarkan proses optimasi di atas banyaknya kombinasi α, β, dan γ yang menghasilkan nilai MAPE optimal adalah pasangan kombinasi α_2, β_1, dan γ_2 yaitu dengan nilai $\alpha = 0.250506$, $\beta = 0.000244$, dan $\gamma = 0.562694$. Nilai MAPE optimal atau minimumnya adalah 12.181562%, berdasarkan tabel 1. maka diambil kesimpulan bahwa kemampuan model peramalan baik.

4. Optimasi Parameter Model Holt-Winters Aditif menggunakan Metode Pencarian Dikotomi

Proses perhitungan parameter optimal dilakukan secara iteratif sehingga memenuhi syarat berentinya iterasi. Perhitungan dilakukan dengan bantuan bahasa pemrograman MATLAB yang hasilnya disajikan pada tabel berikut:

Tabel 5. Hasil Perhitungan Iterasi Optimasi Parameter Holt-Winters Aditif dengan Algoritma Pencarian Dikotomi

Iterasi	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	MAPE optimal	Epsilon
1	0.499500	0.500500	0.499500	0.500500	0.499500	0.500500	17.086801	1.000000
2	0.249750	0.250750	0.249750	0.250750	0.749250	0.750250	14.223617	0.865159
3	0.124875	0.125875	0.124875	0.125875	0.624375	0.625375	13.319374	0.432580
4	0.187312	0.188312	0.062437	0.063437	0.561937	0.562937	12.579288	0.216290
5	0.218531	0.219531	0.031219	0.032219	0.530719	0.531719	12.415551	0.108145
6	0.202922	0.203922	0.015609	0.016609	0.546328	0.547328	12.300947	0.054072
7	0.195117	0.196117	0.007805	0.008805	0.538523	0.539523	12.243146	0.027036
8	0.199020	0.200020	0.003902	0.004902	0.542426	0.543426	12.223422	0.013518
9	0.197068	0.198068	0.001951	0.002951	0.544377	0.545377	12.212948	0.006759
10	0.198044	0.199044	0.000976	0.001976	0.545353	0.546353	12.207581	0.003380
11	0.198532	0.199532	0.000488	0.001488	0.545840	0.546840	12.204890	0.001690
12	0.198776	0.199776	0.000244	0.001244	0.546084	0.547084	12.203543	0.000845

Berdasarkan proses optimasi di atas banyaknya kombinasi α, β, dan γ yang menghasilkan nilai MAPE optimal adalah pasangan kombinasi α_2, β_1, dan γ_2 yaitu dengan nilai $\alpha = 0.199776$, $\beta = 0.000244$, dan $\gamma = 0.547084$. Nilai MAPE optimal atau minimumnya adalah 12.203543%, berdasarkan tabel 1. maka diambil kesimpulan bahwa kemampuan model peramalan baik.

D. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan:

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan perhitungan dengan *Golden Section* maka didapat parameter yang optimal untuk tiap-tiap metode, Holt-Winters Multiflikatif dengan parameter alpha (α) sebesar 0.223085, parameter

beta (β) sebesar 0.000173, parameter gamma (γ) sebesar 0.617861 dan nilai MAPE optimal sebesar 12.158570%. Untuk Holt-Winters Aditif dengan parameter alpha (α) sebesar 0.199534, parameter beta (β) sebesar 0.000173, parameter gamma (γ) sebesar 0.471963 dan nilai MAPE optimal sebesar 12.242973%.

2. Berdasarkan perhitungan dengan Pencarian Dikotomi maka didapat parameter yang optimal untuk tiap-tiap metode, Holt-Winters Multiflikatif dengan parameter alpha (α) sebesar 0.250506, parameter beta (β) sebesar 0.000244, parameter gamma (γ) sebesar 0.562694 dan nilai MAPE optimal sebesar 12.181562%. Untuk Holt-Winters Aditif dengan parameter alpha (α) sebesar 0.199776, parameter beta (β) sebesar 0.000244, parameter gamma (γ) sebesar 0.547084 dan nilai MAPE optimal sebesar 12.203543%.
3. Metode optimisasi non linier, terkhusus *Golden Section* dan Pencarian Dikotomi dapat dipergunakan untuk menentukan parameter optimal tanpa harus mencoba seluruh kemungkinan kombinasi parameter yang mungkin, yang mana hal ini akan menghabiskan waktu yang banyak.

2. Saran

Penelitian ini terbatas pada cara mengoptimalkan parameter menggunakan metode *Golden Section* dan Pencarian Dikotomi. Peneliti selanjutnya disarankan untuk menggunakan metode lain untuk mengoptimalkan parameter *Exponential Smoothing Holt- Winters*, seperti metode Levenberg-marquardt, metode *Generalized Reduced Gradient* dan lain sebagainya.

E. Daftar Pustaka

Ai, T.J. (2002). *Penyelesaian NonLinier Programming dengan Kendala Menggunakan Modifikasi Golden Section. Jurnal Teknologi Industri Vol. 6, No. 1.*

Akbari, Fiqih, Arief S., Ferry Wahyu W. (2018). *Optimasi Parameter Pemulusan Algoritma Brown Menggunakan Metode Golden Section Untuk Prediksi Data Tren Positif dan Negatif. Jurnal RESTI (Rekayasa Sistem dan Teknologi Informasi) Vol . 2 No. 1 (2018).*

C. D. Lewis, (1982). *Industrial And Business Forcasting Methods: A Practical Guide To Exponential Smoothing And Curve Fitting*. Butterworth-Heinemann

Karmaker, C. L., Halder, P. K., & Sarker, E. (2017). *A Study of Time Series Model for Predicting Jute Yarn Demand: International Journal of industrial engineering., DOI:10.115/2017/2061260. 1-8.*

Kinasih, Sekar, Arief A., Sugiman. (2018). *Optimasi Parameter pada Model Exponential Smoothing Menggunakan Metode Golden Section untuk Pemilihan Model Terbaik dan Peramalan Jumlah Wisatawan Provinsi Jawa Tengah. UNNES Journal of Mathematics 7(1).*

Kiusalaas, Jaan.(2010). *Numerical Methods In Engineering With MATLAB. Cambridge University Press.*

Luknanto, Djoko. (2000). *Pengantar Opitmasi Nonlinier. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.*

Makridakis, S, Steven C. Wheelwright, dan Victor E. Mcgee. (1999). Forecasting: Methods and Applications. In Andriyanto, Untung Sus, Abdul Basith (eds). Metode dan Aplikasi Peramalan, Jakarta: Erlangga.

Montgomery, Douglas C., Cheryl L., Murat K. (2008). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting. United States of America: John Wiley and Sons.*

Novalia, Dyah, Sugiman, Sunarmi. (2018). *Perbandingan Hasil Optimasi Pada Metode Brown's One-Parameter Double Exponential Smoothing Menggunakan Algoritma Non-Linear Programming Berbantuan Matlab. UNNES Journal of Mathematics 7(1).*

Sharma, S. (2006). *Applied Nonlinear Programming. New Age International (P) Ltd., Publishers: New Delhi.*

Qarani, Muhammad A. A., Rukun S. Diah S. (2018). *Pengembangan Estimasi Parameter Pada Metode Exponential Smoothing Holt-Winters Additive Menggunakan Metode Optimasi Golden Section. Jurnal Gaussian, Volume 7, Nomor 4.*